

Введение в физику сверхпроводимости

Рабочая программы дисциплины

Основные физические свойства сверхпроводников
№1, 2 часа. Открытие сверхпроводимости. Основные понятия. Критическая температура. Критическое магнитное поле. Критический ток. Эффект Мейснера. Сверхпроводники I-го и II-го рода. Использование явления сверхпроводимости в науке и технике.
№2, 2 часа. Нулевое электрическое сопротивление на постоянном токе. Способ измерения. Распределение тока в цепи: нормальный проводник – сверхпроводник – нормальный проводник. Сверхпроводящее кольцо в магнитном поле. Способы определения основных параметров сверхпроводников: критической температуры, критических полей у сверхпроводников I-го и II-го рода, критического тока. Термоэлектрические явления в сверхпроводниках.
№3, 2 часа. Физический смысл векторов $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$. Система дифференциальных уравнений для $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$. Размагничивающий фактор. Понятие эффективного поля. Магнитные моменты сверхпроводника. Промежуточное состояние в магнитном поле. Промежуточное состояние при разрушении сверхпроводимости током. Эффект Мейснера. Магнитные свойства идеального проводника и сверхпроводника. Поверхностный сверхпроводящий ток. Связь плотности поверхностного тока и индукции.
№4, 2 часа. Линейная электродинамика Лондонов. Уравнения Лондонов. Пластина с током. Метод замещения. Лондоновская глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник. Нелинейная электродинамика Пиппарда. Локальный вариант нелокального уравнения Пиппарда. Пиппардовская глубина проникновения.
№5, 2 часа. Первое начало термодинамики. Свободная энергия сверхпроводника. Энтропия сверхпроводящего состояния. Электронная теплоемкость. Теплопроводность сверхпроводников.
Туннельные эффекты в сверхпроводниках
№6, 2 часа. Экспериментальные данные. Поглощение ультразвука в сверхпроводниках. Оптическое поглощение. Квантовомеханическое туннелирование. Туннельная спектроскопия сверхпроводников. Вероятность туннелирования. Выражение для туннельного тока в нормальных металлах. I-V-диаграммы для туннельных контактов нормальный металл–сверхпроводник. Измерение функции спектральной плотности электронов при переходе в сверхпроводящее состояние. Энергетическая щель в спектре сверхпроводников.
№7, 2 часа. Квантование магнитного потока. Канонический импульс электрона. Флуксон. Квант магнитного потока. Эффект Джозефсона. Стационарный эффект. Нестационарный эффект. Физическая природа эффекта Джозефсона. Квантовые интерферометры.
Микроскопическая теория сверхпроводимости Бардина-Купера-Шриффера
№8, 2 часа. Изотопический эффект. Электрон-фононное взаимодействие. Виртуальные фононы. Притяжение между электронами. Неустойчивость системы фермионов при слабом притяжении между электронами. Куперовские пары. Длина когерентности. Волновая функция пары. Энергия связи электронов в куперовской паре.

№9, 2 часа. Исходная модель БКШ. Основное состояние сверхпроводника. Функция распределения для электронов сверхпроводника при $T = 0$ К. Элементарные возбуждения вблизи основного состояния сверхпроводника. Закон дисперсии элементарных возбуждений.
№10, 2 часа. Энергетическая щель при $T = 0$ К. Энергия связи пар. Анизотропия щели. Плотность состояний элементарных возбуждений. Изменение плотности состояний нормальных электронов при переходе металла в сверхпроводящее состояние при $T = 0$ и $T \neq 0$.
№11, 2 часа Зависимость энергетической щели от температуры. Критическая температура сверхпроводника. Связь критической температуры с величиной длины когерентности. Бездиссипативный ток. Значение критического тока. Сверхпроводники с сильной связью. Формула Макмиллана.
Теория сверхпроводимости Гинзбурга-Ландау
№12, 2 часа. Однородный сверхпроводник в нулевом магнитном поле. Неоднородный сверхпроводник во внешнем поле. Уравнения Гинзбурга–Ландау. Градиентная инвариантность. Длина когерентности. Глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник. Эффект близости.
№13, 2 часа Энергия границы раздела между нормальной и сверхпроводящей фазами. Тонкие пленки. Критическое поле и критический ток тонких пленок. Эффект Мейснера в теории БКШ и Гинзбурга–Ландау.
№14, 2 часа. Смешанное состояние. Вихри Абрикосова. Энергия вихря. 1-е критическое поле. Взаимодействие вихрей. 2-е критическое поле. Третье критическое поле. Критический ток. Механизмы протекания тока.
№15, 2 часа Критический ток во внешнем магнитном поле. Взаимодействие вихрей Абрикосова с центрами пиннинга и плоской поверхностью. Резистивное состояние сверхпроводника.
Высокотемпературная сверхпроводимость
№16, 2 часа. Квазидвумерные и квазиодномерные системы. Усиление электрон–фононного взаимодействия в системах с переменной валентностью. Нефононные механизмы сверхпроводимости. d-спаривание. Высокотемпературная сверхпроводимость.
№17, 2 часа. Высокотемпературные сверхпроводники на основе оксидов меди и их основные характеристики. Аномалии нормального состояния купратов. Температура сверхпроводящего перехода, длина когерентности и пространственная анизотропия. Природа электронного спаривания и симметрия сверхпроводящего параметра порядка в ВТСП купратах.
№18, 2 часа. Двухщелевая сверхпроводимость в MgB_2 и твердых растворах на его основе. Пниктиды железа – новый класс высокотемпературных сверхпроводников на основе слоистых соединений железа. Сопоставление свойств ВТСП купратов, сверхпроводников на основе MgB_2 и железосодержащих сверхпроводников.

Введение в физику сверхпроводимости

Теоретический минимум (вопросы для самоконтроля)

2017 г.

1. Кто и в каком году открыл явление сверхпроводимости (с/п)?
2. Какой эксперимент, основанный на использовании внешнего магнитного поля, позволяет отличить сверхпроводник от гипотетического идеального проводника ($R = 0$)?
3. Какие классы веществ, проявляющие с/п свойства, известны на данный момент?
4. Нарисуйте типичную для с/п зависимость $R(T)$. Три способа определения критической T_c .
5. Нарисуйте зависимости $H_c(T)$ и $n_s(T)$. Какими формулами они приближенно описываются?
6. Переходом какого рода является переход в с/п состояние?
7. Каков физический смысл параметров с/п состояния Δ_0 и ξ ?
8. Напишите уравнения Лондонов. Каков физический смысл λ_L ? Как связаны j_c и $H_c(0)$?
9. Чему равен радиус кора абрикосовского вихря? Чему равна и из чего складывается энергия одиночного абрикосовского вихря?
10. В чём заключается и что однозначно доказывает изотопический эффект у с/п?
11. Какое соотношение энергий описывает т.н. «приближение квазиклассичности» в БКШ?
12. Как меняется вид зависимости плотности электронных состояний от энергии $N(E)$ и спектр возбуждений носителей $E(p)$ при переходе металл – с/п (при $T \rightarrow 0$)? Какие формулы описывают их в рамках теории БКШ?
13. Как вводятся константы электрон-фононного взаимодействия λ и кулоновского отталкивания μ^* ? В чём заключается перенормировка λ в приближении сильной связи? (Формулы.)
14. Какое выражение для с/п щели Δ_0 даёт теория БКШ (в пределе слабой связи)? Нарисуйте типичные зависимости $\Delta_0(\lambda)$ и $\Delta(T)$.
15. Какое выражение для T_c даёт теория Элиашберга (в случае сильной эл.-фононной связи)?
16. Как с/п щель Δ_0 соотносится с такими физическими величинами как T_c , ξ_0 , v_c , j_c , H_c ?
17. Чему равна плотность энергии бозе–эйнштейновской конденсации?
18. Нарисуйте типичные зависимости теплопроводности и теплоёмкости с/п от температуры. Чему равна относительная величина скачка теплоёмкости?
19. Что такое характеристическое отношение в теории БКШ? Критерий Гинзбурга – Ландау?
20. Как связаны параметры порядка теории БКШ и теории Гинзбурга – Ландау? (Формула.)
21. Как связаны λ_{GL} и H_{c1} в теории Гинзбурга – Ландау? Как λ_{GL} зависит от длины свободного пробега l и температуры? (Формулы.)
22. Как связаны ξ_{GL} и H_{c2} в теории Гинзбурга – Ландау? Как ξ_{GL} зависит от длины свободного пробега l и температуры? (Формулы.)
23. Как связаны критические магнитные поля H_c , H_{c1} и H_{c2} друг с другом и с λ_{GL} , ξ_{GL} ?
24. Напишите уравнения Джозефсона, а также выражение Амбегаокара и Баратова.
25. Чему равен коэффициент пропорциональности между частотой и смещением в SIS-контакте? Как предельная частота сверхтока зависит от величины с/п щели Δ_0 ?

Основная литература для подготовки к экзамену

1. М. Тинкхам. *Введение в сверхпроводимость*. Атомиздат, Москва, 1980.
2. В. Буккель. *Сверхпроводимость*. Мир, Москва, 1975.
3. Д.Р. Тилли, Дж. Тилли. *Сверхтекучесть и сверхпроводимость*.
Под ред. В.Л. Гинзбурга, Мир, Москва, 1977.
4. Н.Б. Брандт, В.А. Кульбачинский. *Квазичастицы в физике конденсированного состояния*. Физматлит, Москва, 2005.
5. В.Л. Гинзбург, Е.А. Андрюшин. *Сверхпроводимость*. Альфа-М, 2006.

Дополнительная литература для подготовки к экзамену

1. В.В. Шмидт. *Введение в физику сверхпроводимости*. МНЦМР, Москва, 2000.
2. П. Де Жен. *Сверхпроводимость металлов и сплавов*. Мир, Москва, 1968.
3. *Проблемы в теории сверхпроводимости*.
Под ред. В.Л. Гинзбурга, Д.К. Киржница, Наука, Москва, 1977.
4. Журнал "Успехи физических наук" (УФН) том **174**, 2004:
А.А. Абрикосов. *Сверхпроводники второго рода и вихревая решетка*. Стр. 1234.
В.Л. Гинзбург. *О сверхпроводимости и сверхтекучести*. Стр. 1241.
5. Журнал "Успехи физических наук" (УФН) том **167**, 1997
В.Л. Гинзбург. *Сверхпроводимость и сверхтекучесть*. Стр. 429.

Перечень вопросов к экзамену (осенний семестр 2017-18 учебного года)

1. Критическая температура. Способы определения.
2. Критическое магнитное поле. Фазовая диаграмма сверхпроводника на плоскости H , T .
3. Нулевое сопротивление. Сопротивление переменному току. Сверхпроводящий контур в магнитном поле.
4. Эффект Мейснера. Уравнения Лондонов. Критический ток в теории Лондонов.
5. Сверхпроводники I-го и II-го рода.
6. Глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник. Критический ток и скорость. Сравнение выводов теории Лондонов и Гинзбурга–Ландау.
7. Термоэлектрические явления в сверхпроводниках. Электронная теплоёмкость.
8. Поглощение ультразвука и оптические свойства сверхпроводников.
9. Изотопический эффект. Отклонения в случае сильной электрон-фононной связи.
10. Основные допущения микроскопической теории Бардина–Купера–Шриффера (БКШ).
11. Электрон-фононное взаимодействие. Куперовские пары. Длина когерентности в БКШ.
12. Энергетическая щель в спектре сверхпроводника. Плотность состояний и закон дисперсии для элементарных возбуждений.

13. Параметр порядка сверхпроводящего состояния в БКШ. Его связь с T_c и длиной когерентности.
14. Основные выводы теории БКШ. Их коррекция в случае сильного электрон-фононного взаимодействия. Оценки максимально возможных T_c .
15. Зависимость энергии связи пары от температуры. Критическая температура T_c сверхпроводника и характеристическое отношение в теории БКШ.
16. Термодинамика сверхпроводников. Плотность энергии конденсации Бозе–Эйнштейна.
17. Теория сверхпроводимости Гинзбурга–Ландау. Основные уравнения и положения.
18. Длина когерентности и параметр порядка в теории Гинзбурга–Ландау. Их зависимость от T, l .
19. Сверхпроводники II-го рода. Вихри Абрикосова. Распределение магнитного поля и параметра порядка в одиночном абрикосовском вихре. Эффект близости.
20. Энергия границы раздела N- и S-фазы. Энергия вихревой линии, энергия керна абрикосовского вихря в сверхпроводнике II-го рода. Взаимодействие вихрей.
21. Критические магнитные поля H_c , H_{c1} и H_{c2} . Их связь друг с другом и величинами λ_{GL} и ξ_{GL} .
22. Фазовая когерентность электронной подсистемы в сверхпроводниках. Её проявления.
23. Эффект Джозефсона. Особенности вольтамперной характеристики SIS-контакта.
24. Эффект андреевского отражения. Особенности вольтамперной характеристики NS-контакта.
25. Квантование магнитного потока в сверхпроводящем кольце. СКВИДы.
26. Двухщелевая сверхпроводимость. Уравнения Москаленко–Сула. Особенности вольтамперной характеристики SIS-контакта на базе двухщелевого сверхпроводника.
27. Механизмы высокотемпературной сверхпроводимости, d -волновое спаривание, $s^\pm$ -модель.
28. Структура и свойства ВТСП соединений на основе оксидов меди. Применение ВТСП.
29. Особенности соединения MgB_2 и твердых растворов на его основе. Применение ВТСП.
30. Физические свойства железосодержащих сверхпроводников. Применение ВТСП.

Задачи для самоконтроля

1. Для сверхпроводника, находящегося в пределе слабой связи, определить критическую скорость v_c сверхпроводящих электронов (из условия сверхпроводимости Ландау), если спектр элементарных возбуждений имеет вид $E_k = [\Delta^2 + \epsilon_k^2]^{1/2}$, щель $\Delta = 1.2 \cdot 10^{-16}$ эрг = 0.075 мэВ, ϵ_k – энергия свободного электрона, отсчитанная от уровня Ферми, $k_F \approx 0.66 \cdot 10^8$ см⁻¹. Определить критическую температуру T_c и характерный линейный размер куперовской пары ξ_{C0} при условии, что длина свободного пробега $l \rightarrow \infty$ и $l = 100$ нм (в грязном пределе).

2. Сверхпроводящий индий ($T_c = 4.2$ К, $v_F \approx 3.3 \cdot 10^8$ см/с) находится в пределе сильной связи, при этом характеризуется параметром теории Гинзбурга–Ландау $\kappa = 0.1$. Глубина проникновения магнитного поля $\lambda_L = 800$ Å (при $T \rightarrow 0$). Найти критическую скорость сверхпроводящих электронов v_c , величину сверхпроводящей щели и характеристическое отношение теории БКШ. Определить характерный линейный размер куперовской пары ξ_{C0} при условии, что длина свободного пробега $l = 200$ нм.

3. Сверхпроводящая ртуть с $T_c = 4.15$ К и параметром порядка $\Delta \approx 0.82$ мэВ характеризуется значением критического магнитного поля $H_c \approx 410$ Э (при $T \rightarrow 0$). Определить характеристическое отношение теории БКШ. Из выражения для критического тока теории Лондонов и условия сверхпроводимости Ландау оценить критическую скорость v_c , взяв концентрацию электронов $n \approx 10^{23}$ см⁻³. Оценить k_F и плотность энергии конденсации Бозе–Эйнштейна для ртути (при $T \rightarrow 0$).

4. Сверхпроводящий алюминий с $T_c \approx 1.17$ К является БКШ-сверхпроводником (т.е. находится в пределе слабой связи) и характеризуется значением критического магнитного поля $H_c \approx 100$ Э и лондоновской глубиной проникновения магнитного поля $\lambda_L = 500$ Å (при $T \rightarrow 0$). Оценить сверхпроводящий параметр порядка Δ ; длину когерентности ξ_0 в чистом пределе ($l \rightarrow \infty$), а также ξ_{C0} для случая $l = 200$ нм; скорость Ферми v_F для электронов и характеристический параметр теории Гинзбурга–Ландау κ .

$$(\text{Квант потока } \Phi_0 = h/2e = 2,07 \times 10^{-15} \text{ Вб.})$$

5. Сверхпроводящий ниобий с $T_c \approx 9.3$ К и параметром порядка $\Delta \approx 1.6$ мэВ характеризуется значением критического магнитного поля $H_{c2} \approx 2000$ Э и лондоновской глубиной проникновения магнитного поля $\lambda_L = 470$ Å (при $T \rightarrow 0$). Оценить характеристическое отношение теории БКШ и характеристический параметр теории Гинзбурга–Ландау κ ; величину H_{c1} , длину когерентности ξ_0 в чистом пределе ($l \rightarrow \infty$), а также ξ_{C0} для случая $l = 80$ нм и скорость Ферми v_F для электронов.

$$(\text{Квант потока } \Phi_0 = h/2e = 2,07 \times 10^{-15} \text{ Вб} = 2,07 \times 10^{-7} \text{ Мкс.})$$

6. Найти энергию связи и характерный линейный размер куперовской пары ξ_{C0} (при $l \rightarrow \infty$, а также для случая $l = 100$ нм) для «стандартного» БКШ-сверхпроводника в пределе слабой связи с $T_c = 0.3$ К. Нормальная плотность состояний $N(E_F) = 0.3$ эВ⁻¹ и $v_F = 3.0 \cdot 10^7$ см/с. Определить плотность энергии конденсации Бозе–Эйнштейна (при $T \rightarrow 0$) и критическое магнитное поле $H_c(0)$. Оценить БКШ-константу электрон-фононной связи V , если энергия Дебая для этого сверхпроводника $\theta_D \approx 20$ мэВ. Для джозефсоновского контакта на базе этого сверхпроводника (с нормальным сопротивлением $R_N(T_c) = 20$ Ом) оценить максимальную амплитуду и частоту джозефсоновского сверхтока.

7. Матричный элемент силы электрон-фононного взаимодействия сверхпроводника, находящегося в пределе слабой связи, составляет $V = 0.8$ эВ. В этом металле нормальная плотность состояний $N(E_F) = 0.2$ эВ⁻¹, скорость $v_F = 3.0 \cdot 10^7$ см/с, а энергия Дебая $\theta_D \approx 20$ мэВ. Определить плотность энергии конденсации Бозе–Эйнштейна (при $T \rightarrow 0$) и критическое магнитное поле $H_c(0)$. Найти энергию связи и характерный линейный размер куперовской пары ξ_{C0} (при $l \rightarrow \infty$, а также для случая $l = 100$ нм). Определить критическую T_c , характеристическое отношение теории БКШ. Для джозефсоновского

контакта на базе этого сверхпроводника (с нормальным сопротивлением $R_N(T_c) = 10 \text{ Ом}$) оценить максимальную амплитуду и частоту джозефсоновского сверхтока.

8. Для джозефсоновского контакта на базе двухщелевого сверхпроводника MgB_2 оценить максимально возможную амплитуду и частоту джозефсоновского сверхтока при $T \rightarrow 0$. $T_c = 38 \text{ К}$, $\lambda_1 = 0.84$, $\lambda_2 = 0.415$, $\mu_1^* = 0.11$, $\mu_2^* = 0.09$, $\omega_c \approx 70 \text{ мэВ}$, $R_N(T_c) = 4 \text{ Ом}$, считать, что проводимости в обеих зонах близки $\sigma_1 \approx \sigma_2$. Определить отношение амплитуд параметров порядка в зонах Δ_1/Δ_2 . Если было бы возможно «выключить» сверхпроводимость в ведущей зоне (т.е. ниже T_c она бы оставалась металлической), то у получившегося гипотетического материала характеристическое отношение теории БКШ было бы равно 3.52. Оценить, какой T_c обладал бы такой материал (с одной малой щелью Δ_2)?
-

9. Из зависимости для глубины проникновения магнитного поля λ_L от длины свободного пробега электронов l (в металлическом состоянии) $\lambda_L(l) / \lambda_L(\infty)$, которое даётся в теории Гинзбурга–Ландау, и соотношения Пиппарда для длины когерентности $\xi_0(l)$ получить зависимость $\xi_{GL}(l)$ в «грязном» пределе $l \ll \xi$ (принять $T \ll T_c$). Для высокодефектного образца (алюминиевого) сверхпроводника $\xi_0 \approx 1 \text{ мкм}$, $l \approx 0.1 \text{ мкм}$, характеристический параметр теории Гинзбурга–Ландау $\kappa \approx 0.05$. Оценить ξ_{GL} и λ_L при $T \ll T_c$.
-

10. Сверхпроводящий сплав переходит в нормальное состояние при величине второго критического магнитного поля $H_{c2} = 150 \text{ кЭ}$ и характеризуется параметром теории Гинзбурга–Ландау равным 96. Найти энергию одиночного вихря и сравнить ее с энергией нормальной сердцевины вихря.